



本誌「月刊 FDI」にて、2002 年 4 月号から 2012 年 12 月号まで連載していた倉地紀子著「CG コンテンツ」129 編 (564 頁) は。連載開始から 20 年、また 11 年に亘った連載が絶筆となってから本年度で 10 年目の節目となりました。

これを基に 2022 年 4 月号(272 号)から本文に再掲載し、全記事内容を当時のままに、2 巻にまとめて発行することと致しました。

なお、当誌にて掲載しております写真図版等はモノクロ印刷となっておりますが、当時は全頁カラー印刷でした。なお、その他の掲載内容は、当時のままといたしましたので、技術面での記載内容などが現状と異なる場合がありますのでご了承ください。

※フッターに掲載年月を表記してあります。

FDI2013ANNEXPART. 1

CGコンテンツ 総集編(PART 1)

2002.04「モンスタース・インク：テクノロジー・イン・デプス」-アーティストティックなりアリズムをつくりだした影の主役たち

～2008.03 3DCG 映画の成熟 -映画「ビー・ムービー」の CG 技術

72編 285頁 頒価5,000円(消費税込み)

FDI2013ANNEXPART. 2

CGコンテンツ 総集編(PART 2)

2008.04「IMAGINA2008」(前編) — イマジナワードと R&D セッション—

～2012.12「フランケンウィニー」— ストップモーション・アニメーションの醍醐味を支えた VFX (絶筆)

57編 279頁 頒価5,000円(消費税込み)

※書店及びネットでは販売しておりません。お申し込みは、お問い合わせは、
E-mail : editor@uni-w.com 月刊 FDI 編集部までご連絡ください。



Wavelet Noise (アンチ・エイリアシングの新理論)

倉地 紀子

Siggrap2005 で最も話題性の大きかった論文のひとつとして、ピクサー社から発表された「Wavelet Noise」(文献1)が挙げられる。この論文では、これまで曖昧にされてきたノイズ関数の問題点を根本的に解決する方法が紹介されているが、同時にこれは、テクスチャを用いたアンチ・エイリアシングの手法としても重要な意味を持っている。それゆえに、ノイズ関数を必要とする映像制作の分野の技術者から、レンダリング理論を追及する研究者にいたるまで、幅広い層の人々の関心を惹きつけ、この論文発表の時間になると、続々とホールに人が押し寄せた。

今回はこの論文を通して、ノイズ関数の深みとその可能性をさぐってみたい。

パーリン・ノイズ

自然界では、規則的な数式だけでは表せないような複雑な現象が多い。このような自然界の複雑さを補うための手段として、異なった周波数の波を重ね合わせて作成したランダムな波形が用いられるようになった。これがノイズ関数だ。中でも、映像制作上で最も重宝がられてきたのが、1983年に考案されたパーリン・ノイズ (Perlin Noise) だといえる。このノイズ関数は、フラクタルという概念(山や海岸線の地形、樹木、岩石などの自然物の形状は、相似形のパターンを組み合わせたものとなってい

る)に基づいており、基本となるノイズの波形に何段階にもスケールを掛けてレベルの違う相似形の波形を作成し、すべてのレベルの波形に重みをつけて足し合わせることで作成される。パーリン・ノイズでは、バンドのレベルが1つ上がれば、基本的には2倍の周波数の領域に対応することになる。このように、各バンドが特定の周波数の領域に対応しているようなノイズ関数のことを、バンド・リミテッドなノイズ関数と呼ぶ。

バンド・リミテッドなノイズ関数

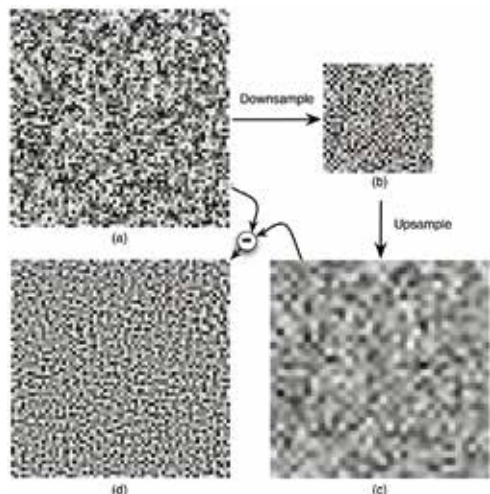
ノイズ関数を作成する上で、理想的には、各バンドの周波数の領域同士がオーバーラップしていないことが望ましい。厳密な意味でのバンド・リミテッドなノイズ関数とは、このような状態を指している。

完全にバンド・リミテッドなノイズ関数では、各バンドの周波数の領域が独立しているため、それぞれのバンドに重みを付ける際に、最終的な波の形を予測しながら重み付けを行うことができる。また、エイリアシングという問題にも対応しやすい。

レンダリングとは、光や色などのシーンを表す波動を、画像という波動に変換する作業だといえる。画像の場合には、2つのピクセル間を1つの周期とした波動と考

えられるため、画像の解像度がその周波数を決定する。ところが、自然界は画像の周波数を越える高い周波数の波を含んでいるため、これをそのまま画像に写しこむと、不連続なものになってしまう(エイリアシング)。そこで、レンダラは、あるピクセルの値を算出するために、そのピクセルに影響を与えるシーン内の領域に密にサンプル点を取り(サンプリング)、これらのサンプル点で算出された値に重みを付けて足し合わせる(フィルタリング)という作業を行って、エイリアシングを緩和する(アンチ・エイリアシング)。したがって、たとえ画像の周波数を越えるような波であっても、サンプリング/フィルタリングの処理を行う関数(カーネル関数)がカバーできる周波数の範囲であれば、エイリアシングという現象は最終的な画像には表れないことになる。

ノイズ関数が完全にバンド・リミテッドな場合には、カーネル関数がカバーできない周波数のバンドだけを取り除くことによって、エイリアシングを実際に引き起こす要素だけを選択して取り除くことができる。バンド・リミテッドなノイズ関数という問題が注目されるのは、自然界の複雑さをうまく近似し、なおかつエイリアシングという問題をうまく解決できるという点にある。



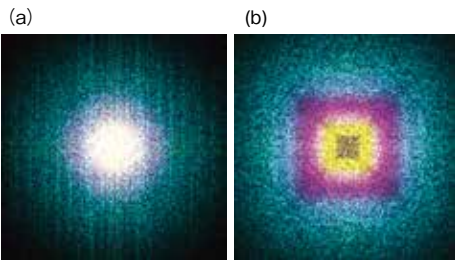
< Wavelet ノイズ : 基本となるアルゴリズム >

Wavelet ノイズも、Perlin ノイズに代表されるマルチ・リゾリューション・ノイズとして作成する。つまり基本となるレベル0のノイズ・バンドをまず作成し、これにスケールを掛けて各レベルのノイズ・バンドを作成する。レベル0のバンドの作成では、基本的なアルゴリズムとしては、パーリン・ノイズの作成にも用いられてきた以下のようなアルゴリズムを用いる。ただし、これだけでは、バンド同士の独立性が保障されないためレベル0のノイズ・バンドはレベル0のWavelet空間内にあるという条件を加える。

(a) 基本となるノイズ・テクスチャの作成(レベル1)
(b) (a) をフィルタリング(ダウンサンプリング)して半分の大きさのノイズ・テクスチャを作成(レベル0)。
(c) (b) をフィルタリング(アップサンプリング)して2倍の大きさのノイズ・テクスチャを作成(レベル1)
(d) (a) から(c)を引いたもの(レベル1の解像度のテクスチャの中で、レベル0の解像度では表せなかった部分)を、バンド・リミテッドなノイズ・テクスチャと考える。

「エイリアシング」VS. 「ディティールの喪失」

前述したパーリン・ノイズは、その作成方法からバンド・リミテッドな性質はもっているものの、実際には各バンドの周波数の領域が独立してはおらず、かなり広い周波数の領域に広がってしまっているということが、90年代になると指摘されるようになってきた(文献2)。したがって、一つのバンドが、カーネル関数がカバーできる周波数の領域とカバーできない周波数の領域を同時に含んでいる場合が出てくる。



上画像は、レベルの違う3つのバンドを、色を変えてフーリエ空間上で表示したもの。
(a) の Perlin ノイズでは、3種類のバンドの周波数の領域が重なり合っているのに対して、(b) の Wavelet ノイズでは3種類のバンドがほぼ完全に独立している。

前者は、エイリアシングを実際に引き起こす周波数の領域にあたり、後者はサンプリング/フィルタリングの処理によって最終的な画像にはエイリアシングとして表われない周波数の領域にあたる。したがって、エイリアシングを防ぐためにこのバンドを取り除いてしまうと、逆に本来表現すべきディテールが欠けてしまうことになる。

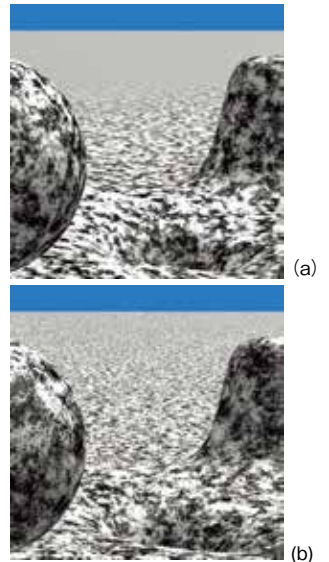
上記のような「エイリアシング」と「ディテールの喪失」との間のトレード・オフは、ピクサー社の過去の映画制作上でも、大きな問題点とされてきた。カメラから遠く離れたところではテクスチャの解像度は低くなっているため、解像度を越える周波数のバンドをエイリアシングを防ぐ必要性から取り除くと、逆に取り除いたバンドがもっていたディテールが失われ、遠景のノイズ・テクスチャは、「もや」のようにしか認識できなくなってしまう。新しいノイズ関数を考案するきっかけは、映像制作上でのこういった問題点を解決するところにあった。

バンド・リミテッドなノイズ関数の作成

バンド・リミテッドなノイズ関数を作成するために、論文では、画像を、複数のレベルをもった基底関数の線形結合と考える。画像の解像度が2倍になれば、この画像はレベルが1つ上の基底関数の線形結合によって表される。そして、「各レベルの基底関数は1つ上のレベルの基底関数の線形結合として表される(条件 α)」という条件を与える。

最初の画像はレベル1のランダム・ノイズをレベル1の基底関数の線形結合として作成する(a)。次にこれを、レベル0の基底関数の線形結合で表される部分(b)と、その残りの部分(b')に分離する(ダウンサンプリング)。条件 α から、(b)をレ

(a) Perlin ノイズは、各バンドが比較的広い周波数の領域に渡っているため、画像の解像度を越える周波数の領域を含むバンドを取り除いてしまうと、そのバンドが含んでいた実質的にはエイリアシングを引き起こさない周波数の領域(アンチ・エイリアシングがカバーできる領域)まで取り除かれてしまい、本来画像に表れるべきディテール(画像内の遠景のテクスチャのディテール)が失われてしまう。
(b) Wavelet ノイズでは、レベル0のバンド $N(x)$ はレベル0の任意の関数と直交する。2つの関数が直交するという条件を、2つの関数の内積の積分がゼロとなることと考えるとフィルタ・カーネル関数がカバーできるレベルを超えるバンドをレンダリングした場合、その結果は常にゼロとなることを示している。したがって、画像の解像度を越えるバンドを取り除かずに残しておいても、実質的にはエイリアシングという現象は引き起こされない。



ベル1の基底関数の線形結合で書き直して(c)を作成する(アップサンプリング)。(a)から(c)を引いたものは、レベル1の空間内でレベル0の基底関数だけでは表せないディテールの部分にあたり、ここでは、これをレベル0のノイズ・バンドとする。

上記のようにして作成したノイズ・バンドは、確かにレベル0の基底関数だけでは表現できない部分となっているのだが、レベル0の成分を全く含んでいないという保障はない。そこで、論文ではさらに、ダウンサンプリングの際に、(b')はレベル0のあらゆる基底関数と直交する(orthogonal)という条件(条件 β)を加えている。これによって、(b')にはレベル0の領域の周波数はまったく流れ込んでこないことが保障される。レベル0のノイズ・バンドは実質的には(b')と同じものなので、このノイズ・バンドは完全にバンド・リミテッドだということになる。条件 β を満たす空間は、数学的にはレベル0のWavelet空間と呼ばれ、このことがWaveletノイズという名前の由来となっている。

Wavelet ノイズの真意とは

2つの関数が「直交する」という条件は、空間の次元が有限の場合には、基底関数の係数同士の内積がゼロとなることを意味しているが、無限の場合には、2つの関数を領域内で積分したものがゼロとなることを意味している。ここで、2つの関数がノイズ・バンドとフィルタ・カーネル関数であるとする、この2つの関数の積を領域内で積分するという計算は、ちょうどこのノイズ・バンドをレンダリングするという計算にほかならない。

たとえば、画像の解像度のレベルが1、フィルタ・カーネル関数がレベル0

の基底関数の線形結合で表されていたとすると、条件 β から、レベル0のバンドはこのフィルタ・カーネル関数と直交することになる。さらに条件 α から、レベル0を越える全てのレベルのバンド(レベル0のバンドにスケールを掛けたもの)も、フィルタ・カーネル関数と直交することになり、これは、画像の解像度を越えるようなバンドをレンダリングした結果は、常にゼロとなることを意味している。

つまり、Wavelet ノイズでは、エイリアシングの原因となり得るバンド(上記の場合にはレベル0以上のバンド)を取り除かずに残しておいても、そのバンドをレンダリングした結果は常にゼロとなり、レンダリング結果に影響を及ぼさない。したがって、Wavelet ノイズによって、「エイリアシング」vs.「ディテールの喪失」の問題も完全に解決できることになる。

バンド・リミテッドという性質の近似

論文“Wavelet Noise”では、「内積」の計算を「カーネル関数を用いたフィルタリングの計算」で置き換えることによって、「バンド同士が相容れない(直交する=内積がゼロとなる)」という数学的な意味でのバンド・リミテッドな条件の代わりに、「解像度を越えるバンドをレンダリングした結果は常にゼロとなる(A)」ということをもバンド・リミテッドなノイズ関数の条件としているところに鍵がある。

実際のところ、数学的にバンド・リミテッドな条件を満たすためには、各バンドが対応するレベルのWavelet空間内になくてはならないのだが、条件Aを満たすためだけであれば、レベル0のバンドだけをWavelet空間内にあるように作成し、他

のレベルのバンドはレベル0のバンドにスケールを掛けるだけですむ。

このように、カーネル関数を用いたフィルタリングの計算で数学的な演算を置き換え、バンド・リミテッドという性質を条件(A)によって近似するというアプローチは、「バンド・リミテッドな射影」という問題の解決においても重要な役割を果たすことになる。

ノイズ関数の射影

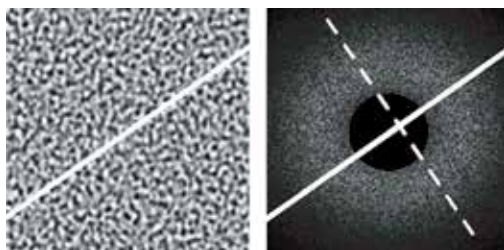
サーフェース上にノイズ関数を生成する方法の一つとして、非常に頻繁に用いられているのが、3D空間上に生成した3Dノイズテクスチャを、2Dサーフェース上に射影する方法だ。一言に「射影」といってもさまざまな方法があるが、通常は、2Dサーフェース上の各点に3Dノイズ関数をサンプリングする方法、言い換えると、3D空間上の各点で算出されているノイズ関数の値を、そのままサーフェースとの交点にあてがう方法が用いられる。直感的には、3D空間上に生成されているボリュームメトリックな3Dテクスチャをサーフェースで切り取った断面が、サーフェース上の2Dテクスチャとなるため、一般的にこのような射影方法は「2Dスライス」と呼ばれている。

射影方法がバンド・リミテッドな性質を左右するかどうかということは、これまであまり問題視されることはなく、上記の2Dスライスによる射影方法があたりまえのように用いられてきたが、論文“Wavelet Noise”は、「2Dスライスによる射影は、3Dテクスチャが持つバンド・リミテッドな性質を必ずしも継承できない」ということを初めて理論的に明らかにし、2Dスライスに代わる射影方法(バンド・リミテッドな性質を保つ射影方法)を考案した。そして、そのために重要な役割を果たしたのが、フーリエ・スライス理論と呼ばれる数学的な定理だった。

フーリエ・スライス理論 (Fourier Slice Theorem)

フーリエ・スライス理論そのものは1950年代に証明された数学的な定理だが、実用面では、X線を用いて撮影した複

フーリエ・スライス理論は、実数空間上での積分射影がフーリエ空間上でのスライスに対応することを示している。このスライス平面は、フーリエ空間の原点を通る平面で、なおかつ、実数空間上の射影平面が実数空間の座標軸と成す角度と、フーリエ空間上のスライス平面がフーリエ空間の座標軸と成す角度は等しくなっている。



実数2D空間を座標軸とある角度をなす直線でスライスしてフーリエ変換したものは、フーリエ2D空間上でも座標軸と同じ角度を成す直線となり、スライス上の各点pの値は、点pから直線に垂直な方向に向かって(右図の点線)フーリエ空間上の値を足し合わせたものとなる。たとえば、点pがフーリエ空間上で原点に近くにあった場合、点pは2D平面上では低周波数の領域にあるわけだが、点線は原点からの距離がゼロから無限大までの領域を切ることであり、スライス上の点pの値は低周波数から高周波数までのあらゆる周波数の領域の値を広い集めたものとなる。このことは、実数空間上のスライスによって周波数の分布が崩されてしまうこと、言い換えるとバンドリミテッドな性質が必ずしも保たれないことを示している。そこで、実数空間上のスライスではなく、実数空間上の積分射影をモディファイしたフィルタリングによって、3Dノイズ関数をサーフェース上に射影する。これによって、バンドリミテッドな性質を保った射影を行うことができる。

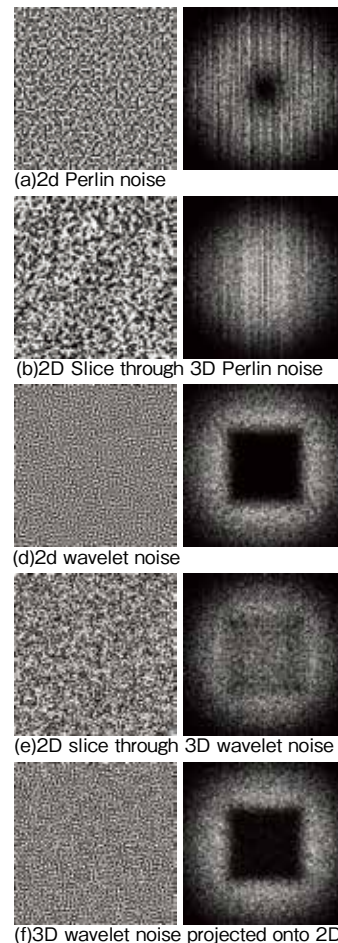
数の画像から臓器の3D構造を復元するために活用されており、やがてこの方法は、CGの分野でもフーリエ・ボリューム・レンダリングと呼ばれる手法として理論化された(文献3)。

X線を用いた撮影では、臓器の3D内部構造をX線に垂直な平面上に射影する。ただし、この射影は、2Dスライスのように3D内部構造と平面との交点の値(密度)をそのまま割り振るのではなく、X線に沿って3D内部構造の各点の密度を順に足し合わせたものをX線と平面との交点の値とする。

フーリエ・スライス理論によると、上記のような積分射影(integral projection)によって作成された2D平面上の値の分布をフーリエ変換したものは、もともになる3D実数空間上の値の分布をフーリエ変換したものを、3Dフーリエ空間上で原点を通る平面によって2Dスライスしたものと一致する。そして、射影平面が3D実数空間の軸と成す角度と、フーリエ2Dスライスが3Dフーリエ空間の軸と成す角度は等しくなる。

フーリエ・スライス理論と バンド・リミテッド

フーリエ変換ではその逆変換が非常によく似た性質を持っていることが大きな特徴



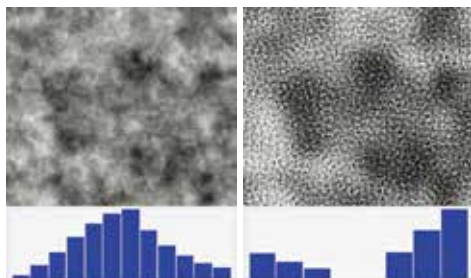
(a)のように、Perlinノイズは完全にバンドリミテッドではないものの、バンドリミテッドな性質は備えている。ところが、(b)のように3D Perlinノイズを2Dスライスしたものであれば、バンドリミテッドな性質が全く失われてしまっている。

(d)のように、Waveletノイズは完全にバンドリミテッドになっているが、(e)のように3D Waveletノイズを2Dスライスしたものであれば、バンドリミテッドな性質が薄れてしまっている。(f)のように、3D Waveletノイズからフィルタリングを用いた射影によって2Dノイズを作成すると、この2Dノイズでは低周波数の領域に高周波数のバンドの値が入り混んでおらず、バンド同士の独立性が完全に保障されており、この射影方法がバンドリミテッドな性質を継承していることを示している。

となっている。このため、「実数空間上での積分射影はフーリエ空間上のスライスに対応している(B)」というフーリエ・スライス理論は、同時に、「実数空間上でのスライスはフーリエ空間上では積分射影に相当する(C)」ことを示している。

そして、上記のフーリエ・スライス理論(C)を言い換えると、実数空間上で3Dノイズを2Dスライスしたものは、フーリエ空間上の対応する2D平面上のテクスチャとなるが、このテクスチャの各点pの値は、その点における(フーリエ変換後の)3Dノイズの値そのものではなく、点pから平面に垂直な方向に飛ばしたレイに沿って変換後の3Dノイズの値を拾い上げて足し合わせたものとなる。

フーリエ空間では、原点からの距離が周



Wavelet ノイズとフィルタリングによる射影を組み合わせると、いかなるジオメトリの物体表面に対しても、完全にバンドリミテッドなノイズテクスチャを生成できる。バンド同士が独立しているため、最終的なノイズの形状を予測しながら各バンドの重みを決定でき、いかなる重みをつけてもエイリアシングを起こさないことが保障されているため、(アニメーションにおいて) カメラからの距離の変化にしたがって重みを変化させることもできる。上図左は、ガウス関数を用いた初期分布をもとに作成した Wavelet ノイズ、右は完全にランダムな初期分布をもとに作成した Wavelet ノイズで、青の棒グラフの高さは、それぞれのバンドの係数の大きさを表している。

波数に対応しており、原点に近い領域が低周波数の領域に、原点から遠い領域が高周波数の領域に対応している。したがって、点 p がフーリエ空間上で原点に近い位置にあったとすると、3D ノイズの状態では点 p は低周波数の領域に属していたことになる。しかしながら、フーリエ・スライス理論 (C) によると、実数空間上の 2D スライス対応したフーリエ平面上では、点 p の値を算出するために、平面に垂直な方向に沿って低周波数の領域から高周波数の領域までの広い周波数の領域の値を拾い上げることになる。つまり 3D ノイズの状態では低周波数の領域に属するバンドでも、これを実数空間上で 2D スライスすると、2D スライス上の対応するバンドには高周波数の領域に属していたバンドの値が入り混んでしまい、このバンドは必ずしも低周波数の領域に収まりきらないことになり、このことは、実数空間上での 2D スライスでは、3D ノイズが持つバンド・リミテッドな性質が必ずしも継承されないことを示している。

バンドリミテッドな射影方法

フーリエ・スライス理論 (B) によると、3D ノイズのサーフェスへの射影を積分射影によって行えば、その結果作成されるサーフェス上の 2D ノイズはバンド・リミテッドな性質を継承できることになる。しかしながら、論文中で目指されているバンド・リミテッドな性質とは、数学的な意味で完全にバンド・リミテッドな性質ではなく、これをより緩和した条件 (A) を満



Robert Cook : Cook-Torrance モデルや Distributed Ray Tracing の考案によってフォトリアリスティック・レンダリングの基盤を築いた。レンダーマンに代表されるマイクロ・ポリゴンを用いたアンチ・エイリアシングの考案者でもある



Tony DeRose : サブディビジョン・サーフェスの研究の第一人者。論文の中では、同氏の研究分野である Multi-resolution Analysis という解析方法が多用されている

たすことだった。そこで、射影方法においても、積分射影 (サーフェスの法線方向に沿って 3D ノイズの値を足し合わせる) をもう少し緩和し、サーフェスの法線方向に沿って 3D ノイズの値をフィルタリングする (3D ノイズの値に重み付けをして足し合わせる) 方法を提案している。ただし、やみくもにどのような種類のフィルタリングでもいいのかではなく、このフィルタリングによって条件 A が満たされなくてはならない。そこで、フィルタリングの重みを決定する関数として、Wavelet ノイズの作成の場合と同様に、レンダリングにおけるフィルタリングを行うカーネル関数を設定し、このフィルタリングを用いた射影方法が条件 (A) を満たすことを証明している。

単純化のため、「射影」は z 軸方向に沿って行うと考え、また画像の解像度のレベルは -1 だと考える。この仮定のもので、上記のような射影によって作成された 2D ノイズがバンド・リミテッドだということ (条件 A を満たすということ) は、2D ノイズ関数に x 方向のカーネル関数と y 方向のカーネル関数を掛けて領域内で積分した結果がゼロとなることを意味している。ところが上記の射影方法では、この 2D ノイズ関数は、3D ノイズ関数に z 方向のカーネル関数を掛けて領域内で積分したものとなっている。ゆえに、2D ノイズがバンド・リミテッドである条件は、ちょうど 3D ノイズ関数に x 方向・ y 方向・ z 方向の 3 つのカーネル関数を掛けて領域内で積分したものがゼロとなること、つまり 3D ノイズ関数がバンド・リミテッドである条件と一致する。したがって、射影前の 3D ノイズ関数がバンド・リミテッドであれば、射影後の 2D のノイズ関数もバンド・リミテッ

ドとなり、上記の射影方法はバンド・リミテッドな性質を継承できることになる。

現実を越えるリアリズムの表現

Wavelet ノイズと上記のフィルタリングによる射影方法とを組み合わせると、いかなるジオメトリ上のノイズ・テクスチャにおいても、エイリアシング vs ディテールの喪失という問題をほぼ完全に解決することができる。このノイズ・テクスチャでは、各バンドが独立しているため、最終的なノイズの形状を予測しながらフレキシブルに重みの値を決定することができる。うえ、どのバンドにどのような重みをつけようとも、レンダリングした結果はエイリアシングを起こさないことが保障されている。したがって、通常ノイズの各バンドの重みは一定とされているが、カメラからの距離に応じてバンドの重みを変えてみることもできる。

論文の最後で紹介されている "Infinite Noise" は、このようなアプローチをとったもので、バンドの重みを変化させることによって、カメラからの距離が遠くなるにつれて、低周波数の領域のバンドが次第に消え、代わりに高周波数の領域のバンドが現れるようにしている。実際に現実の世界ではこのようなことは起こり得るわけもないのだが、これによって、カメラがどれほど遠景にズームしていてもノイズの形状がはっきりと認識できるようにすることができ、なおかつ、人間の目にはこのようなアニメーションがごく自然に見えるという。"Wavelet Noise" が本当に目指していたものは、バンド・リミテッドなノイズ関数そのものというよりも、現実を越えたリアリズム、人間が見てより心地良いと思うリアリズムを可能にする点にあったといえるのかもしれない。

(文献 1) "Wavelet Noise" (Robert Cook, Tony DeRose, Proceedings of Siggraph2005)
(文献 2) "Algorithms for Solid Noise Synthesis" (J.P.Lewis, Proceedings of Siggraph' 89)
(文献 3) "Fourier Volume Rendering" (Tom Malzbender, ACM Transaction on Graphics 1993)

Noriko Kurachi